

2 Numerische Modalanalyse

2.1 Systeme mit dem Freiheitsgrad f=1

Kap. 1 Übertragungsfunktionen

Ausgangsgrößen

Masse in kg	$m := 2.5 \text{ kg}$
Steifigkeit in N/m	$c := 2 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
Dämpfung in Ns/m	$k := 300 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$

Lösung des gedämpften Systems

Eigenkreisfrequenz (ungedämpft)	$\omega_0 := \sqrt{\frac{c}{m}}$	$\omega_0 = 894.427 \frac{1}{\text{s}}$
Lehrsches Dämpfungsmaß	$D := \frac{k}{2 \cdot \omega_0 \cdot m}$	$D = 67.082 \cdot 10^{-3}$
Eigenkreisfrequenz (gedämpft)	$\omega := \omega_0 \cdot \sqrt{1 - D^2}$	$\omega = 892.412 \frac{1}{\text{s}}$
Abklingkonstante	$\delta := D \cdot \omega_0$	$\delta = 60 \frac{1}{\text{s}}$
komplexe Eigenwerte	$\lambda := -\delta + 1j \omega$	$\lambda_1 := \lambda \quad \lambda_2 := \bar{\lambda}$

Übertragungsfunktion der indirekten Erregung (Wegerregung)

Erregerfrequenz	$\Omega_e := -0 \frac{1}{\text{s}}, 1 \frac{1}{\text{s}} \dots 3000 \frac{1}{\text{s}}$
Abstimmung	$\eta(\Omega_e) := \frac{\Omega_e}{\omega_0}$

Übertragungsfunktion

$$H_1(\Omega_e) := \frac{1 - \eta(\Omega_e)^2}{\left(1 - \eta(\Omega_e)^2\right)^2 + \left(2 D \cdot \eta(\Omega_e)\right)^2} - \frac{2j \cdot D \cdot \eta(\Omega_e)}{\left(1 - \eta(\Omega_e)^2\right)^2 + \left(2 D \cdot \eta(\Omega_e)\right)^2}$$

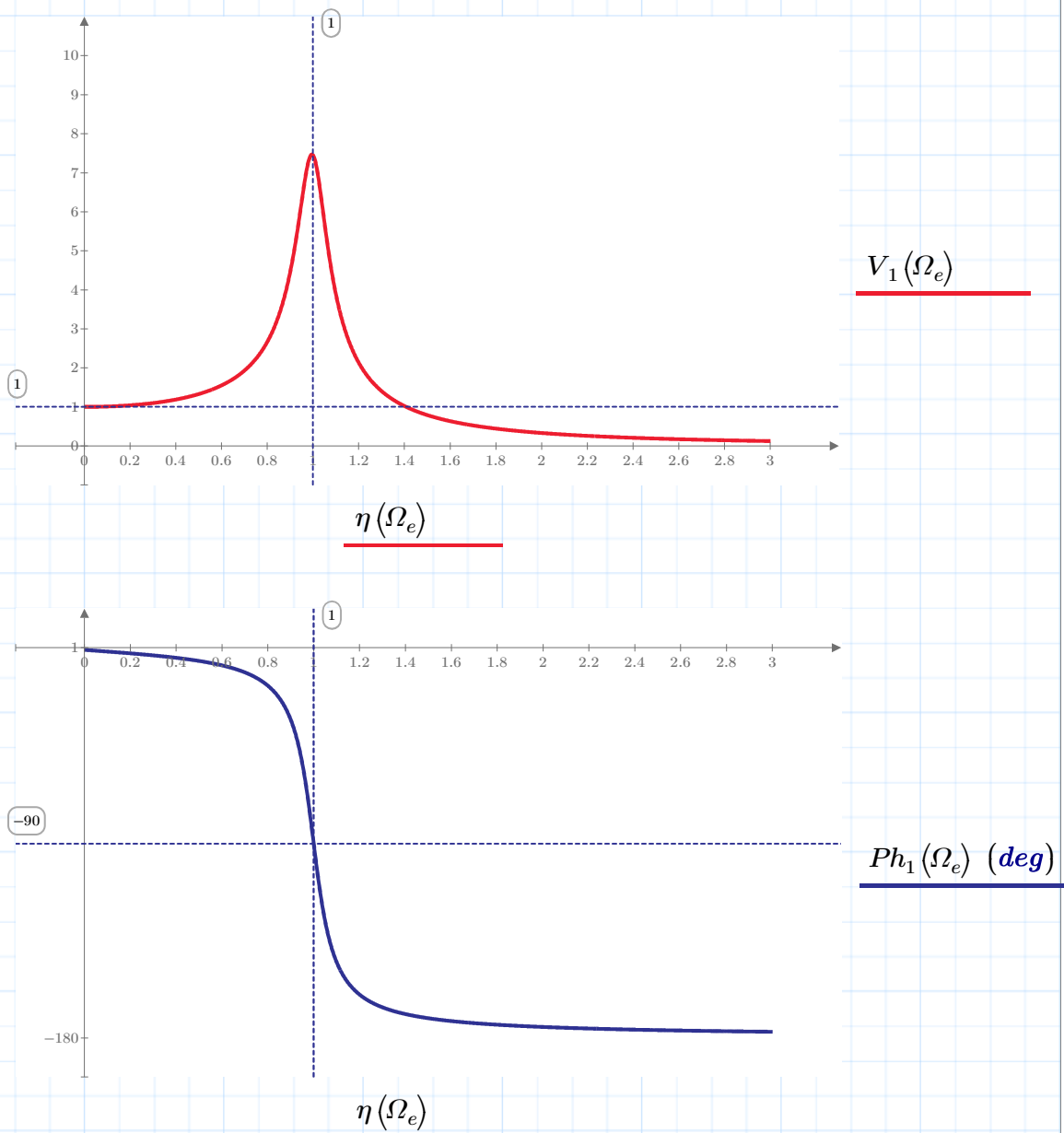
Vergrößerungsfunktion

$$V_1(\Omega_e) := |H_1(\Omega_e)|$$

$$V_1(\Omega_e) = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \eta(\Omega_e)^2\right)^2 + \left(2 D \cdot \eta(\Omega_e)\right)^2}}$$

Phasengang

$$Ph_1(\Omega_e) := \arg(H_1(\Omega_e))$$



2 Numerische Modalanalyse

2.1 Systeme mit dem Freiheitsgrad f=1

Kap. 2 Rezeptanz

Übertragungsfunktion der direkten Erregung (Rezeptanz)

Übertragungsfunktion
(Rezeptanz)

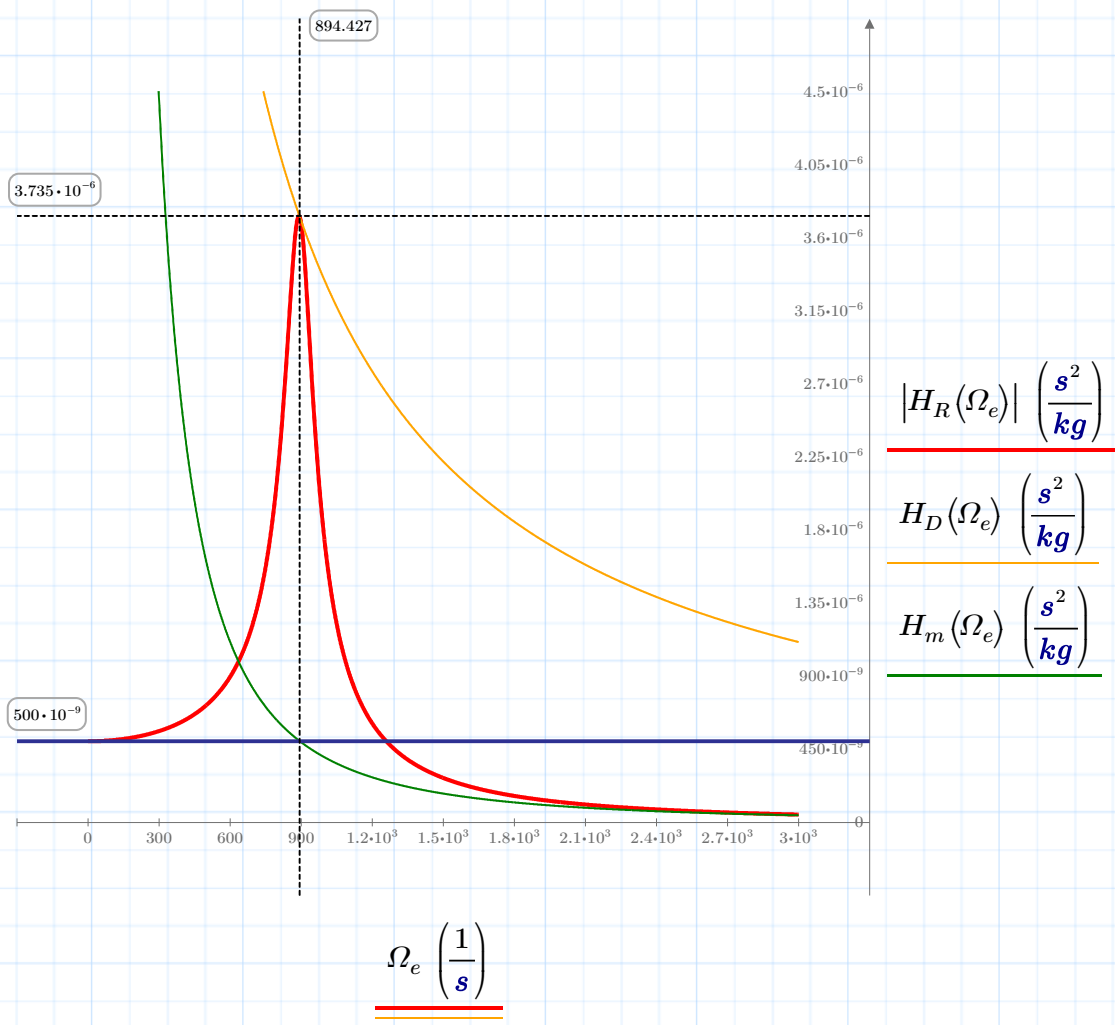
$$H_R(\Omega_e) := \frac{1}{m} \frac{1}{\omega_0^2 + 2j \cdot D \cdot \omega_0 \cdot \Omega_e - \Omega_e^2}$$

Dämpfungsparabel

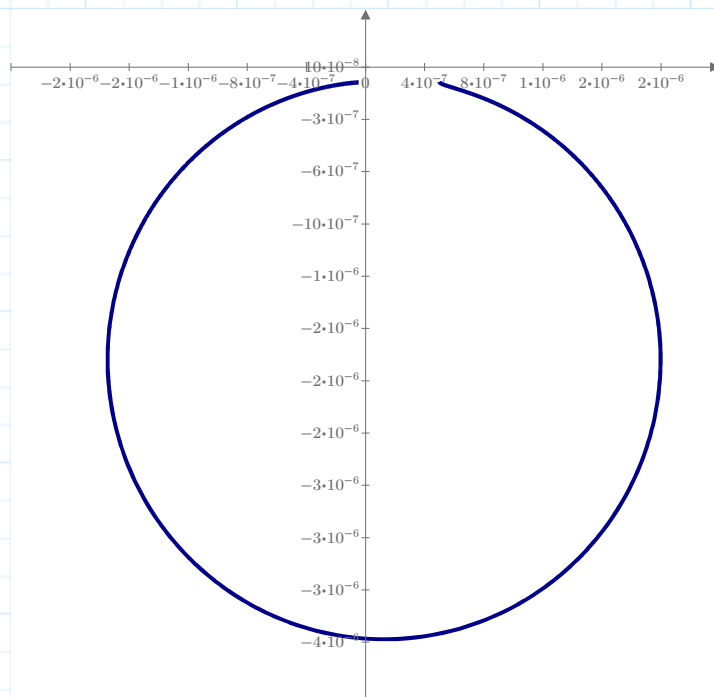
$$H_D(\Omega_e) := \frac{1}{2 \cdot m \cdot D \cdot \omega_0 \cdot \Omega_e}$$

Massenparabel

$$H_m(\Omega_e) := \frac{1}{m \cdot \Omega_e^2}$$



Ortskurve (Rezeptanz)



$$\underline{\operatorname{Re} \left(H_R \left(\Omega_e \right) \right) \left(\frac{s^2}{kg} \right)}$$

$$\underline{\operatorname{Im} \left(H_R \left(\Omega_e \right) \right) \left(\frac{s^2}{kg} \right)}$$

Lehrsches Dämpfungsmaß

$$D := \frac{-1}{2 \cdot m \cdot \omega_0^2 \cdot \operatorname{Im} \left(H_R \left(\omega_0 \right) \right)} \quad D = 67.082 \cdot 10^{-3}$$

Steifigkeit

$$c := \frac{1}{\operatorname{Re} \left(H_R \left(0 \cdot \frac{1}{s} \right) \right)} \quad c = \left(2 \cdot 10^6 \right) \frac{kg}{s^2}$$

2 Numerische Modalanalyse

2.1 Systeme mit dem Freiheitsgrad $f=1$

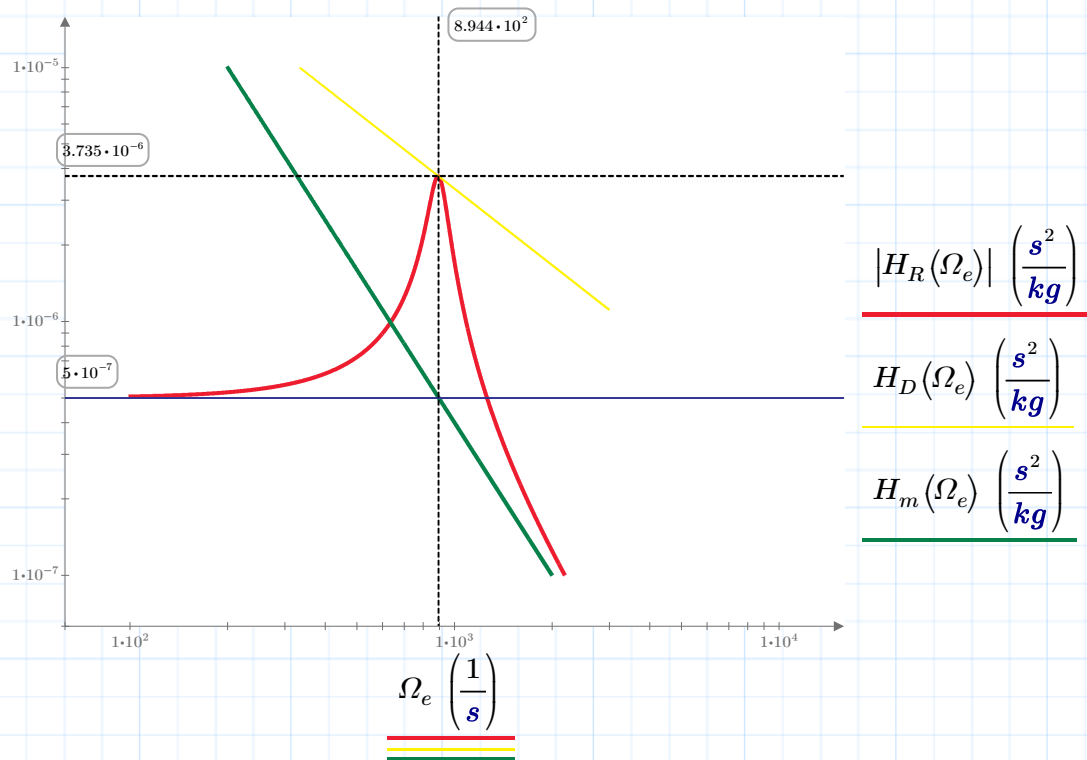
Kap. 3 Residuendarstellung

Übertragungsfunktion der direkten Erregung (Rezeptanz)

Residuum (imaginär) $R := \frac{-1j}{2 \cdot \omega \cdot m}$

Übertragungsfunktion $H_R(\Omega_e) := \left(\frac{R}{1j \cdot \Omega_e - \lambda} + \frac{\bar{R}}{1j \cdot \Omega_e - \bar{\lambda}} \right)$

Betragsmaximum $H_{max} := \left| \frac{R}{\delta} \right| \cdot \frac{kg}{s^2}$

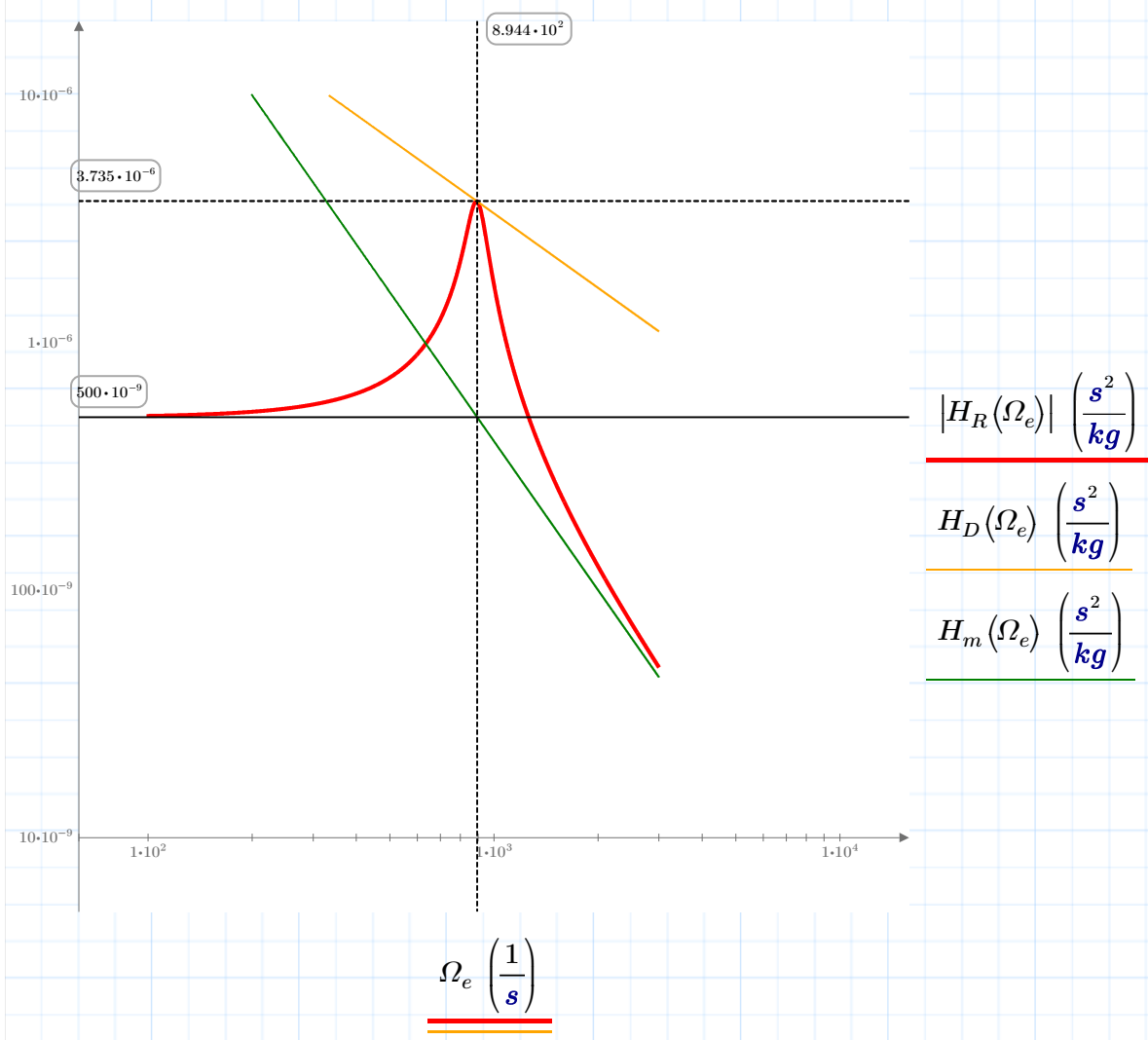


Übertragungsfunktion der direkten Erregung (Rezeptanz)

Residuum (reell) $R_{Re} := \frac{1}{\omega \cdot m}$

Übertragungsfunktion $H_R(\Omega_e) := \frac{1}{2j} \cdot \left(\frac{R_{Re}}{1j \cdot \Omega_e - \lambda} - \frac{R_{Re}}{1j \cdot \Omega_e - \bar{\lambda}} \right)$

Betragsmaximum $H_{max} := \left| \frac{R_{Re}}{2 \delta} \right| \cdot \frac{kg}{s^2}$



2 Numerische Modalanalyse

2.1 Systeme mit dem Freiheitsgrad $f=1$

Kap. 4 Lösung im Zeitbereich

Übergangsfunktion

Laufindex Zeit

$$t := 0 \cdot s, 0.0001 \cdot s \dots 0.1 \cdot s$$

Sprungantwort

$$h(t) := 2 \cdot |R| \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Hüllkurve

$$h_{Hüll}(t) := 2 \cdot |R| \cdot e^{-\delta \cdot t}$$

